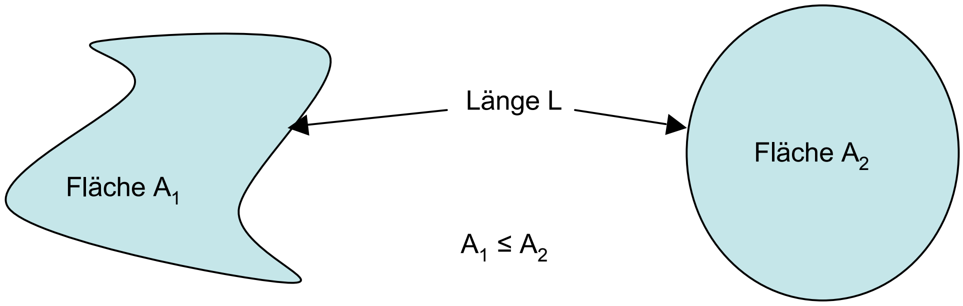
Seifenhäute: Minimalflächen

Im Jahr 1743 erkannte Euler dass sich die Gesetze der Mechanik aus einem allgemeinen Minimumprinzip ableiten lassen. Ein Jahr später formulierte Pierre-Louis Moreau de Maupertuis sein *Prinzip der kleinsten Wirkung*, welches besagt, dass die Natur (z.B. die Physik) stets mit grösstmöglicher Sparsamkeit verfahre. Euler entwickelte das mathematische Werkzeug, um dieses Prinzip anwenden zu können: die Variationsrechnung. So lässt sich heute neben der Mechanik auch die Elektrodynamik und die Relativitätstheorie aus dem Prinzip der kleinsten Wirkung ableiten.

Ein geometrisches Beispiel: **Das isoperimetrische Problem.** Welche Kurve gegebener Länge L umschliesst die grösste Fläche? Es ist der Kreis! Der Beweis ist jedoch schwierig.

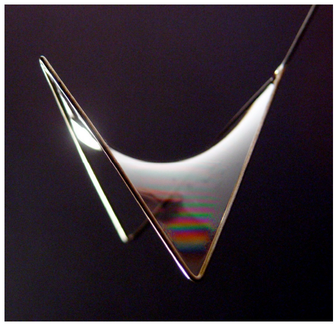


Die Kettenlinie: Hängt man eine Kette an zwei Punkten auf, so ist ihre Form der Graph der Funktion cosinus hyperbolicus. Es handelt sich um diejenige Kurve, die bei gegebener Länge und bei gegebenen Aufhängepunkten die kleinste potentielle Energie hat (d.h. den tiefsten Schwerpunkt). Die Kurve ist auch an Hochspannungsleitungen zu sehen. Stellt man eine Kettenlinie auf den Kopf, so entsteht eine statisch stabile Struktur, zum Beispiel der *Saint Louis Gateway Arch***.**

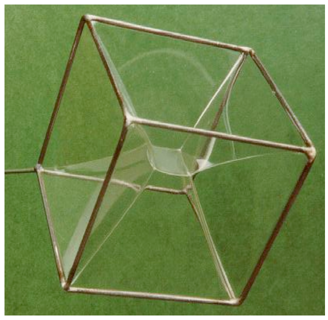
Warum sind Seifenblasen rund? Wie erklären sich die zahllosen Formen von Seifenhäuten? Die Spannungsenergie der Seifenhaut ist proportional zu ihrer Fläche. Nach dem Prinzip von Euler-Maupertuis wird also die Fläche minimiert. Seifenhäute sind daher Minimalflächen. Die kleinste Fläche, die ein gegebenes Volumen umschliesst, ist die Sphäre (isoperimetrisches Problem). Daher sind Seifenblasen rund!

Die Minimalfläche zwischen zwei parallelen Kreisen ist ein Katenoid: Diese Fläche entsteht durch Rotation der Kettenlinie. Sind die Kreise zu weit voneinander entfernt, reisst die Fläche in der Mitte entzwei und bildet stattdessen zwei Kreisscheiben.

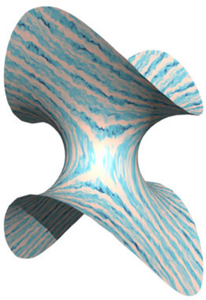
Der belgische Physiker Joseph Antoine Ferdinand Plateau wollte um 1870 durch Experimente herausfinden, ob sich in jede geschlossene Raumkurve eine Minimalfläche einspannen lässt. Der mathematische Beweis dieser Tatsache gelang erst im 20. Jahrhundert. Viele Fragen in diesem Zusammenhang sind aber noch heute ungelöst.

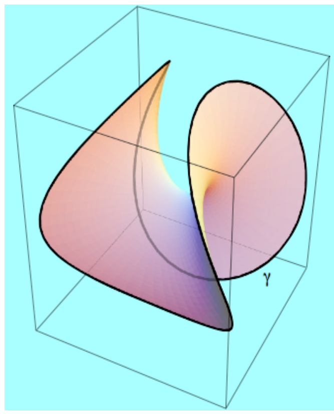


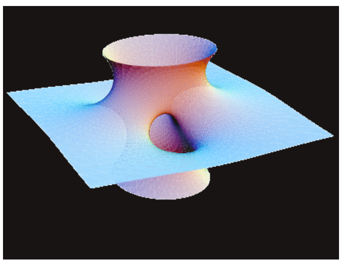
Treffen drei Seifenhäute entlang einer Linie aufeinander, so tun sie dies unter einem Winkel von 120°.



Nicht alle Minimalflächen lassen sich als Seifenhaut realisieren. Wenn sie instabil sind, leben sie nur im Computer.







Minimalflächen in der Architektur: Das Olympiastadion in München